モジュラーテンソル圏から希薄エニオン多体系の統計力学へ

ミネソタ大理 [A], コロラド大理・CTQM[B]
Yuto Nakajima (中島悠翔)[A], Umang Mehta[B], and Hart Goldman[A]

From Modular Tensor Categories to Statistical Mechanics of Dilute Many-Anyon Systems

Sch. of Phys. & Astro., Univ. Minnesota, Twin Cities[A],
Dept. of Phys. & CTQM, Univ. Colorado, Boulder[B]

Keywords: エニオン, モジュラーテンソル圏, 分数異常量子ホール効果

$(2+1)$ 次元トポロジカル相に現れる準粒子励起であるエニオンは，ボゾン・フェルミオンのいずれとも異なる第三の統計性を持ち, 近年, 理論と実験の両面で関心を集めている．特に，典型的なトポロジカル相である分数異常量子ホール（FQAH）系では，エニオンが本質的な役割を果たす多彩な相構造の報告が最近になって相次いでいる．モアレ超格子と多層グラフェンの FQAH 相に隣接した超伝導相の発見 [1] がその顕著な例であり, エニオンの性質を解き明かす新たなプラットフォームを提供するものとして期待が高まっている．

このように急速に進展する実験事実を理解するには，エニオン多体系の熱力学の構築が不可欠である．しかし，そのためにはトポロジカル秩序に特有の長距離エンタングルメントの効果を正しく取り入れなくてはならないことから，一般的な解決はこれまで困難であった．また，既存の特殊な例についての結果と，ラフリン状態のような物理的に重要な相との関係も明らかでなかった．したがって，トポロジカル秩序の枠組みを超えた「エニオンの統計力学」を確立することは，実験事実を統一的に理解するために不可欠な理論的基礎であるのみならず,「エニオン物質」の新たな物理を開拓する可能性を秘めている．

本講演では，低密度領域で有効なエニオン多体系の統計力学の一般論を新たに定式化する [2]．本研究では，ユニタリなモジュラーテンソル圏（UMTC）で記述される任意のエニオン模型に対し、励起が特定のフュージョン空間に制限される物理的要請から Verlinde 公式を用いて長距離エンタングルメントを特徴づけた．その結果，エニオン気体の分配関数が UMTC のデータとエニオンのギャップ・分散関係から系統的に導出できることが示された．また，ギャップの階層構造に応じて，特定のエニオン気体がフェルミ液体・超流動・モット絶縁体といったよく知られたさまざまな相を示しうることを明らかにした．議論の中で現れる, 見かけ上分数の次元をもったヒルベルト空間は, Haldane-Wu の分数排他律 [3] の描像にほかならず，彼らの議論にミクロな視点からの再解釈を与えるものである．

[1] F. Xu *et al.* arXiv:2504.06972 [cond-mat.mes-hall] (2025); T. Han *et al.* Nature. (2025)

[2] **YN**, **UM**, and **HG**. *In preparation.*

[3] F. D. Haldane. Phys. Rev. Lett. **67**, 937-940 (1991); Y. S. Wu. Phys. Rev. Lett. **73**, 922-925 (1994)