第 I 部
理論（中島）

第 I 部では，$\hbar = c = 1$ とする．

また，Minkowski 計量は $\eta^{\mu\nu} = \mathrm{diag}(+1, -1, -1, -1)$ を用い，特別な言及がない限りガンマ行列はカイラル表示をとる．

1　核力概観　—クォーク多体系の相互作用—

核子にはたらく**核力**は，人類が歴史上初めて邂逅した極微の力であり，場の理論建設の動機となった先駆の力であるが，今なお謎を多く残す未踏の力でもある．かつて多くの先人——この京都の地から未来を開いた湯川をはじめ——がその核力のすがたを想像し，思索し，実験を重ね歩んできた．しかしながら，その歴史の深さとは裏腹に，人類はまだこの力の全容を知らないようである．

もっとも，核力は自然界の基本相互作用**ではない**．その起源を求めれば，核子を構成するクォーク間にはたらく**強い相互作用**が，核力の一部をなしているという事実にたどり着く．強い相互作用は，ゲージボソンであるグルーオンをクォークが交換することによってはたらく基本相互作用のひとつである．このクォーク同士の力が，核子の外に染み出し，かくして原子核を構成する強力な引力の役割を果たしている．[4, 5]

現在では，強い相互作用は **QCD（量子色力学）**によって定式化され，多くの理論，実験，数値計算のもとでよく理解されている．QCD は極めて精度の高い理論であり，**QED（量子電磁力学）**と並んで物理学の築き上げた輝かしい金字塔のひとつと評される．このことは，もはや万人の認めるところだろう．

では，クォークの階層で強い相互作用の理論が完成すれば，核力のすべてを理解したことになるだろうか？

その答えは，果たして否だと思われる．

還元主義の時代——ミクロへ，よりミクロへ！——は，もはや終結して久しい．ミクロの構成要素への分解が決してあらゆる問題を解決するのではないことは，今や誰の目にも明らかである．

かつて磁性体の研究でノーベル物理学賞を受賞し，数多の現象にその名を遺す物理学者 P.Anderson は，”More is different”——多は異なり——という著名な一文によって，多粒子が集合するとその様相が一変してしまうさまを述べた．[1] 仮に一体系や二体系が理解できたとしても，多体系の物理は，依然まったく非自明な別の問題なのである．その意味で，クォーク間相互作用や核子のスピン構造が複雑に絡み合って出来上がる核力は**多体系が生む非自明な現象の典型**であり，このことはまた，核力が現在にいたるまで極めて難解な力だとみなされているゆえんでもある．

第 I 部では，まず実験によって明らかにされた核力の現象論的性質を見，量子力学の散乱問題の一般論に触れたのち、今回の実験で行った熱中性子の捕獲反応を理論的に詳解することを目指す．つづいて，核力ポテンシャルをより基本的な立場から理解することを目指し，中間子場が媒介するフェルミオン間相互作用という場の量子論の描像から，線形 σ 模型と南部–Jona-Lasinio 模型を用いて核子質量の起源と中間子交換による核力描像に触れることにする．

2　量子力学の視点からみた核力

本章では，まず核力の現象論を概観し，一般的な量子力学の散乱問題を解説する．そののち，今回われわれが行った中性子の捕獲反応を理論的に記述する．

2.1　核力の現象論と重陽子

重陽子 (deuteron) は，陽子と中性子が**核力**によって束縛した 2 体系である．核子間にはたらく核力は核子の種類によらず（**(i) 核力の荷電不変性・荷電対称性**），2 核子の束縛系の組合せとしては，陽子-陽子や中性子-中性子の組合せも考えられる．しかし，核力による束縛状態が存在するのは陽子-中性子の組合せのみであることが知られている．[2]

重陽子の質量は $M_d = 1875.6288\mathrm{MeV}$ であることが実験によって計測されている．これと，陽子の質量 $M_p = 938.2800\mathrm{MeV}$ および中性子の質量 $M_n = 939.5735\mathrm{MeV}$ を比較すると，束縛を破壊して核子の自由な状態にするのに必要なエネルギー，すなわち重陽子の**結合エネルギー**は

$$B \equiv M_p + M_n - M_d = 2.22466MeV \tag{2.1}$$

と求められる．

2.1.1　重陽子の磁気的性質

重陽子の磁気モーメントは

$$\mu_d = 0.8574376 \pm 0.0000004\ \mu_N \tag{2.2}$$

と測定されている．ここで，$\mu_N \equiv \dfrac{e}{2M_p}$ は**核磁子（核 Bohr 磁子）**と呼ばれ，原子核や素粒子の磁気モーメントの単位として用いられている物理定数である．ここで，陽子の磁気モーメントと中性子の磁気モーメントの和は

$$\mu_p + \mu_n = 0.8798035 \pm 0.0000009\ \mu_N \tag{2.3}$$

と計測されており，(2.2) と（2.3）の値を比較すると，これらが非常に近い値であることが読み取れる，このことは，重陽子のスピンが陽子と中性子のスピンの単純な和になっており，軌道角運動量による磁気モーメントのへの寄与がほとんどないと理解すれば矛盾がない．すなわち，**重陽子はスピン 3 重項の 2 核子系であって，しかも軌道角運動量は $L = 0$ の状態がほとんどである**といえる．

$L = 0$ の状態が支配的であるということからは，**(ii) 核力が短距離的である**という事実が従う．もし核力が長距離的であれば，引力的な核力ポテンシャルが遠心力ポテンシャル $V_C(r) \equiv \dfrac{L(L+1)}{2\mu r}$（$L \neq 0$）に覆われることはなく，動径波動関数はポテンシャルの中心近傍に局在することができる．しかし，いま $L \neq 0$ の状態ではこの局在は存在しえないことが分かっているので，核力が短距離的であることが結論できる．このことは，核の束縛エネルギーが核子の総数の 2 乗ではなく 1 乗に存在することからも従う．核子の総数の 1 乗に比例するということは，核力が短距離的であって隣接する核子としか相互作用しないからだと考えられるためである．

2.1.2　テンソル力および核力ポテンシャル

前節では，重陽子の軌道角運動量はほとんどが $L=0$ の球対称な状態であることを述べた．しかし実際には，$L\neq 0$ の状態も含まれており，重陽子は有限の四重極モーメントを持つ．$L=0$ の状態はパリティ正であり，異なるパリティの状態は混合しないことからパリティ負の $L=1$ は禁止される．したがって，$L=0$ に加えて，同じくパリティ正である $L=2$ の状態が寄与していると考えられる．軌道角運動量 L の状態のパリティについては，パリティ変換 $P:\hat{\mathbf{r}}\longmapsto -\hat{\mathbf{r}}$ に対する球面調和関数 $Y_L^M(\hat{\mathbf{r}})\equiv\langle\hat{\mathbf{r}}|L,M\rangle$ の応答を考えれば直ちに分かる．

もしも核力が完全に中心力であれば相対波動関数は球対称であり，$L=0$ の状態だけが存在することになる．しかるに $L=2$ の状態がわずかに存在しているため，これは核力の中には非中心力，すなわち **(iii) テンソル力として作用する部分が含まれている**ことを意味している．このテンソル力については，3.3 節でより詳細に考察する．

ここで，軌道角運動量 $L\neq 0$ の状態の寄与がわずかだとして，中心力部分のポテンシャルの具体形を考える．重陽子のスピン構造として 3 重項だけに限られるという事実からは，**(iv) 核力はスピンに依存している**ということが明らかに予期できる．ポテンシャルのパリティが正であるべきことから，スピンに依存する因子は $\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{\sigma}_2$ が考えられる．したがってポテンシャルは，スピン依存性まで含めて

$$V_N(r)+V_\sigma(r)\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{\sigma}_2 \tag{2.4}$$

の形であることが分かる．

$$\boldsymbol{\sigma_1}\cdot\boldsymbol{\sigma_2}=\begin{cases}1 & \text{（スピン 3 重項のとき）}\\ -3 & \text{（スピン 1 重項のとき）}\end{cases} \tag{2.5}$$

であることから，スピン 3 重項の状態が引力的ならば，1 重項の状態は斥力的であって，束縛状態のスピン構造は 3 重項だけが選択されることが理解できる．

以上の議論から，核力は **(i) 荷電不変性・荷電対称性，(ii) 短距離性，(iii) テンソル力の存在，(iv) スピン依存性**といった顕著な特徴を持つことが分かった．

これらの核力の性質は，3.3 節で π 中間子交換の立場からさらに詳解することにする．

2.2　弾性散乱および捕獲反応の一般論

加速した粒子を標的に衝突させることで，散乱・吸収・捕獲などの反応を検出して粒子の性質を調べることができる．こうした加速器実験は，物理学のさまざまなスケールで広く行われている．ここでは，加速された粒子束と標的の間に起こる種々の相互作用を定量的に評価する方法を一般的に論じる．[3]

2.2.1　全断面積

まず，密度 ρ，速度 v の一様な粒子束が，標的と十分短い時間に相互作用する過程を考える．簡単のため，標的は一粒子からなるとする．ここで，入射粒子が標的によって単位時間あたりに散乱される確率（弾性散乱の場合），あるいは単位時間当たりの遷移確率（吸収・捕獲の場合）を**イベント・レート** $R_{i\to f}$ と呼ぶ．また，入射粒子の**フラックス**を

$$j_{in}\equiv\rho v \tag{2.6}$$

と定義する．j_{in} は単位時間あたりに単位面積を通過する粒子数に対応する．

このとき，イベント・レート $R_{i\to f}$ はフラックス j_{in} に比例すると考えられるから，この比例係数

$$\sigma \equiv \frac{R_{i\to f}}{j_{in}} \tag{2.7}$$

は定数となる．これを**全断面積**と呼ぶ.

全断面積は，実験機器やフラックス，標的の詳細には依存しない定数である．次元解析によって σ は面積の次元を持つ量であることが分かり，これは入射粒子から見た標的の実効的な大きさに対応する量である.

2.2.2 散乱位相差

ポテンシャル $\hat{V}$ によって散乱される粒子の波動関数を考える．まず，相互作用する 2 粒子の重心系をとり，換算質量 μ，相対座標 $\mathbf{r}$ および相対波動関数 $\psi(\mathbf{r})$ を用いて相対 Schrödinger 方程式

$$\left(-\frac{1}{2\mu}\nabla^2 + V(\mathbf{r})\right)\psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}) \tag{2.8}$$

を考える．$k \equiv \sqrt{2\mu E}$ を用いて

$$\left(\nabla^2 + k^2\right)\psi(\mathbf{r}) = 2\mu V(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r}) \tag{2.9}$$

と書きかえると，この方程式は斉次形の解 e^{ikz} を用いて逐次的に

$$\psi(\mathbf{r}) = e^{ikz} - \frac{\mu}{2\pi}\int d\mathbf{r}'\frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}V(\mathbf{r}')\psi(\mathbf{r}') \tag{2.10}$$

と解ける（座標表示での **Lippmann-Schwinger 方程式**）.

よって，無限遠（$|\mathbf{r}| \to \infty$）では,

$$\psi(\mathbf{r}) \to e^{ikz} + f(\theta)\frac{e^{ikr}}{r} \tag{2.11}$$

の形の波動関数に接続され，これが Schrödinger 方程式の解の境界条件を与える．ここに,

$$f(\theta) \equiv -\frac{\mu}{2\pi}\int d\mathbf{r}' e^{i\hat{\mathbf{k}}\cdot\mathbf{r}'}V(\mathbf{r}')\psi(\mathbf{r}') \tag{2.12}$$

は **散乱振幅** と呼ばれ、散乱過程を完全に特徴づける量である．また，$\hat{\mathbf{k}} \equiv k\frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}$ とした.

(2.11) の第 1 項は z 軸方向の平面波であり，これが入射粒子に対応する．また，第 2 項が散乱された外向き球面波に対応する．第 2 項が r^{-1} に比例していることから，散乱波の確率流密度が保存されていることも見て取れる.

一方で，以上の議論を 2 粒子の相対軌道角運動量ごとに調べることも，また有用である．まず，Legendre 多項式の直交完全性を用いて，z 軸方向の平面波を

$$e^{ikz} = e^{ikr\cos\theta} = \sum_L (2L+1)i^L j_L(kr)P_L(\cos\theta) \tag{2.13}$$

と展開する（**部分波展開**）．$|\mathbf{r}| \to \infty$ での漸近形を用いて,

$$\begin{aligned} e^{ikz} &\to \sum_L (2L+1)i^L\frac{1}{kr}\sin(kr - \frac{L\pi}{2})P_L(\cos\theta) \\ &= \sum_L (2L+1)i^L\frac{i}{2kr}\left(e^{-i(kr-\frac{L\pi}{2})} - e^{+i(kr-\frac{L\pi}{2})}\right)P_L(\cos\theta) \end{aligned} \tag{2.14}$$

を得る．ここで，(1.10) の第 1 項は内向き球面波すなわち入射波に対応し，第 2 項は外向き球面波すなわち散乱波に対応していることが分かる．したがって，ポテンシャルがあって波動関数が平面波から変更を受けるときは，ユニタリな S_L を用いて漸近形が

$$\psi(\mathbf{r}) \to \sum_L (2L+1) i^L \frac{i}{2kr} \left(e^{-i(kr-\frac{L\pi}{2})} - S_L e^{+i(kr-\frac{L\pi}{2})} \right) P_L(\cos\theta) \tag{2.15}$$

とならなければならない．この S_L を **S 行列** と呼ぶ．

S_L のユニタリ性より，

$$S_L = e^{2i\delta_L} \ (0 \le \delta_L < \pi) \tag{2.16}$$

となる δ_L が存在し，このとき (1.11) は

$$\begin{aligned}
\psi(\mathbf{r}) &\to \sum_L (2L+1) i^L \frac{i}{2kr} \left(e^{-i(kr-\frac{L\pi}{2})} - e^{2i\delta_L} e^{+i(kr-\frac{L\pi}{2})} \right) P_L(\cos\theta) \\
&= \sum_L (2L+1) i^L \frac{i}{2kr} e^{i\delta_L} \left(e^{-i\delta_L} e^{-i(kr-\frac{L\pi}{2})} - e^{i\delta_L} e^{+i(kr-\frac{L\pi}{2})} \right) P_L(\cos\theta) \\
&= \sum_L (2L+1) i^L \frac{e^{i\delta_L}}{kr} \sin(kr - \frac{L\pi}{2} + \delta_L) P_L(\cos\theta)
\end{aligned} \tag{2.17}$$

とできる．これより，δ_L は無限遠で平面波からの位相のずれを与えるようなパラメータになっていることが分かる．この δ_L を**散乱位相差**と呼ぶ．

さらに，

$$\begin{aligned}
\psi(\mathbf{r}) &\to e^{ikz} + \sum_L (2L+1) i^L \frac{i}{2kr} (1 - S_L) e^{+i(kr-\frac{L\pi}{2})} P_L(\cos\theta) \\
&= e^{ikz} + \frac{e^{ikr}}{r} \sum_L (2L+1) \frac{i}{2k} (1 - S_L) P_L(\cos\theta)
\end{aligned} \tag{2.18}$$

を (1.6) と比較すると，

$$f(\theta) = \sum_L (2L+1) \frac{i}{2k} (1 - S_L) P_L(\cos\theta) \tag{2.19}$$

を得る．

2.2.3 低エネルギー散乱

核力をはじめとした短距離ポテンシャルによる散乱を古典的な描像で考えると，反応が起きるためには入射粒子の衝突径数 b がポテンシャルのレンジ d よりも小さくなければならない．

核力の例で言えば，ポテンシャルのレンジ d がおよそ 2.5fm であるので，量子的な軌道角運動量を L として

$$L \simeq kb \le kd \tag{2.20}$$

のとき反応が起こる．許される角運動量が $L = 0$ だけのときには，$kd < 1$ で

$$E_{\mathrm{lab}} \equiv \frac{k^2}{2m_n} < \frac{1}{2m_n d^2} \simeq 13\mathrm{MeV} \tag{2.21}$$

であるから，実験室系での入射粒子のエネルギーがおよそ 13MeV 以下であれば，S 波 ($L = 0$) による反応のみを考えればよい．

以上のことはちょうど，軌道角運動量が大きいところでは動径波動関数が遠心力ポテンシャルによってバリアされ，短距離ポテンシャルのレンジまで波動関数が侵入できないことに対応する．(2.13) において，低エネルギー ($kr \to 0$) の形を考えると，

$$e^{ikz} = e^{ikr\cos\theta} \to \sum_L (2L+1) i^L \frac{(kr)^L}{(2L+1)!!} P_L(\cos\theta) \tag{2.22}$$

となるから，$kr \to 0$ では L が大きくなるにつれてその部分波の寄与は十分小さくなり，S 波の寄与のみを考慮すればよいといえる．

(2.19) を用いれば，低エネルギー散乱での散乱振幅は

$$f(\theta) = \frac{i}{2k}(1 - S_0) = \frac{1}{2ik} e^{i\delta_0}(e^{i\delta_0} - e^{-i\delta_0}) = \frac{1}{k} e^{i\delta_0} \sin\delta_0 \tag{2.23}$$

とできる．のちのために，ここで **散乱長** a を

$$a \equiv \lim_{k\to 0} \left(-\frac{\tan\delta_0}{k} \right) \tag{2.24}$$

と定義する．これは，低エネルギー散乱の物理を考えるうえで重要なパラメータである．

2.3 【実験】熱中性子の捕獲反応

陽子に低エネルギーの中性子（**熱中性子**）を衝突させると，中性子が陽子に捕獲されて重陽子が形成される反応

$$n + p \longrightarrow d + \gamma \tag{2.25}$$

が起こる．この時生じる γ 線は，重陽子の結合エネルギーに対応するエネルギーを持つこと，およびその捕獲断面積のふるまいを見る．

なお，この反応の実験を行った結果は，第 II 部で報告することにする．

2.3.1 γ 線のエネルギーと重陽子の結合エネルギー

この散乱過程を陽子の静止系で考える．このとき，3 元運動量およびエネルギーの保存を考えて

$$\begin{aligned} \sqrt{M_n^2 + \mathbf{p}_n^2} + M_p &= \sqrt{M_d^2 + \mathbf{p}_d^2} + |\mathbf{p}_\gamma| \\ \mathbf{p}_n &= \mathbf{p}_d + \mathbf{p}_\gamma \end{aligned} \tag{2.26}$$

であって，中性子のエネルギーが熱中性子と呼ばれるような低エネルギー領域では，第 1 式を近似して

$$M_n + \frac{\mathbf{p}_n^2}{2M_n} + M_p = M_d + \frac{\mathbf{p}_d^2}{2M_d} + |\mathbf{p}_\gamma| \tag{2.27}$$

とできる．

(2.1) と比較して，重陽子の結合エネルギーと検出 γ 線のエネルギーについて，$M_d \simeq 2M_n$ などの近似を

用いて非相対論極限で計算すると，

$$
\begin{aligned}
\frac{|\mathbf{p}_\gamma| - B}{|\mathbf{p}_\gamma|} &= \frac{1}{|\mathbf{p}_\gamma|}\left(-\frac{\mathbf{p}_d^2}{2M_d} + \frac{\mathbf{p}_n^2}{2M_n}\right) \\
&= \frac{1}{|\mathbf{p}_\gamma|}\left\{-\frac{1}{2M_d}(\mathbf{p}_n^2 + \mathbf{p}_\gamma^2 - 2\mathbf{p}_n \cdot \mathbf{p}_\gamma) + \frac{\mathbf{p}_n^2}{2M_n}\right\} \\
&\simeq \frac{1}{|\mathbf{p}_\gamma|}\left(\frac{\mathbf{p}_n^2}{4M_n} - \frac{\mathbf{p}_\gamma^2}{4M_n} + \frac{\mathbf{p}_n \cdot \mathbf{p}_\gamma}{2M_n}\right) \\
&\leq \frac{1}{4M_n}\left(\frac{\mathbf{p}_n^2}{|\mathbf{p}_\gamma|} - |\mathbf{p}_\gamma| + 2|\mathbf{p}_n|\right) \\
&\leq \frac{|\mathbf{p}_n|}{4M_n}\left(\frac{|\mathbf{p}_n|}{|\mathbf{p}_\gamma|} + 2\right) \ll 1
\end{aligned}
\tag{2.28}
$$

となる．

したがって，**測定された γ 線のエネルギーは，よい近似で重陽子の結合エネルギーと等しい**ことが分かった．

2.3.2 中性子の捕獲断面積

熱中性子と陽子の衝突過程では，$L = 0$（パリティ正）の状態だけが重要になってくる．2 核子系のスピンは 3 重項または 1 重項で，したがって始状態は $J^P = 1^+, 0^+$ である．終状態である重陽子のスピンパリティは $J^P = 1^+$ なので，$L = 0$ の γ 線放射が存在しないことから，放出される γ 線の軌道角運動量は $L = 1, 2$ に限られる．$J^P = 1^+, 2^+$ の γ 線放射はそれぞれ**磁気 2 極放射（M1）**および**電気 4 極放射（E2）**と呼ばれるが，低エネルギーの γ 線放射では $E2$ 放射はよい近似で無視できることが知られている．[2, 7]

古典的な多極放射の一般論を用いて $M1$ 遷移のイベント・レートを計算すると，これは

$$
\begin{aligned}
R_{i\to f} &= \frac{2\pi|\mathbf{p}_\gamma|^3\mu_N}{|\mathbf{p}|^2}(\mu_n - \mu_p)^2(1 - p_D)^2 I^2 \\
I &\equiv \int_0^\infty dr u_f^*(r) u_i(r)
\end{aligned}
\tag{2.29}
$$

で与えられる．[2] ただし，$|\mathbf{p}_\gamma|$，$|\mathbf{p}|$ はそれぞれ放射 γ 線の運動量および重心系での入射粒子の運動量であって，p_D は重陽子における D 状態の混合確率

$$
|\text{final}\rangle = \sqrt{1 - p_D}|L = 0\rangle + \sqrt{p_D}|L = 1\rangle \tag{2.30}
$$

である．また，$u_f(r)$ および $u_i(r)$ は，始状態および終状態の動径波動関数である．ただし，始状態うちイベント・レートに寄与するものは 1 重項の状態だけであるので，$u_i(r)$ は 1 重項の動径波動関数である．

この関係をもとに，捕獲断面積を求める．

まず，実験室系での入射フラックスは $j_{in} = \dfrac{|\mathbf{p}_n|}{M} = \dfrac{2|\mathbf{p}|}{M}$ であるから，(2.7) より全断面積は

$$
\sigma_c = \frac{M}{2|\mathbf{p}|} \cdot R_{i\to f} \tag{2.31}
$$

である．

次に，重陽子半径 $R_0 \simeq 4.31\text{fm}$ を用いて終状態の動径波動関数を

$$
u_f(r) \simeq \sqrt{\frac{2}{R_0}} \exp[-\frac{r}{R_0}] \tag{2.32}
$$

と見積もる．なお，この係数は波動関数の規格化条件から定まるものである．また，初期状態の動径波動関数は（2.17）で定義した S 波の散乱位相差 δ_0 を用いて，遠方で

$$u_i(r) \simeq \sin(kr + \delta_0) \tag{2.33}$$

とする．$k \to 0$ の低エネルギー極限では，（2.24）で定義された 1 重項状態の散乱長 a_s を用いて，

$$\delta_0 \simeq -a_s k \tag{2.34}$$

と表される．以上のことと種々の近似を用いて積分 I を計算すると，

$$\sigma_c = \frac{\pi e^2}{M^3}\left(\frac{B}{2E_n}\right)^{1/2}(\mu_n - \mu_p)^2(1 - p_D)\left(1 - \frac{a_s}{R_0}\right) \equiv \mathrm{C}E_n^{-1/2} \tag{2.35}$$

の関係が成り立つことが分かる．

ここで，

$$p_D = 0.4, a_s = -23.74 \pm 0.09\mathrm{fm} \tag{2.36}$$

とその他の物理定数を代入すると，結局，吸収断面積は入射中性子のエネルギーの関数として

$$\sigma = 12.4[\mathrm{barm/eV}] \cdot E_n^{-1/2} \tag{2.37}$$

となることが導かれる．

3　場の量子論の視点からみた核力

前章では，核力ポテンシャルの形状を種々の実験事実から現象論的に導いた．実験事実に基づく推論により種々の測定量を計算することが可能となったが，一方で，依然，現象論的な理解の範囲を超えることはできていない．

そこで本章では，核力をより第一原理に近い部分でより満足のいく理解を得ることを試みる．[5, 6, 10, 11] 擬スカラー中間子を交換するツリーレベルでの相互作用として，核力ポテンシャルの形状を導くことをゴールに定める．

3.1　カイラル対称性と線形 σ 模型の構成

核子を記述する模型を構成する際に基本の方針となるのは，強い相互作用の基本的な性質である**カイラル対称性**である．ここでは，陽子と中性子を記述する場としてアイソスピン 2 重項に組んだディラック場

$$\psi = \begin{bmatrix} \psi_p \\ \psi_n \end{bmatrix} \tag{3.1}$$

を用いる．アイソスピン 2 重項の 2 成分の順序は逆であっても，以下の議論には影響しない．

そして，カイラル群として $O(4) \simeq SU(2)_L \otimes SU(2)_R \simeq SU(2)_V \otimes SU(2)_A$ を採用する．すなわち，フェルミオンのカイラリティ右巻きおよび左巻き成分

$$\psi_R \equiv \frac{\gamma_5 + 1}{2}\psi,\ \psi_L \equiv \frac{\gamma_5 - 1}{2}\psi \tag{3.2}$$

がそれぞれ別の大域的な SU(2) 変換

$$SU(2)_R:\ \psi_R \longmapsto e^{i\boldsymbol{\tau}/2\,\cdot\,\boldsymbol{\theta}_R}\psi_R, \qquad \psi_L \longmapsto \psi_L \tag{3.3}$$

$$SU(2)_L:\ \psi_R \longmapsto \psi_R, \qquad \psi_L \longmapsto e^{i\boldsymbol{\tau}/2\,\cdot\,\boldsymbol{\theta}_L}\psi_L \tag{3.4}$$

に対して不変であることを要請する．ただし，ここに τ^i はアイソスピン空間のパウリ行列である．また，これらの変換に対する不変性は，上の変換から見て取れるように**ベクトル変換**

$$SU(2)_V:\ \psi \longmapsto e^{i\boldsymbol{\tau}/2\,\cdot\,\boldsymbol{\theta}_V}\psi \tag{3.5}$$

および**軸性ベクトル変換**

$$SU(2)_A:\ \psi \longmapsto e^{i\gamma_5\boldsymbol{\tau}/2\,\cdot\,\boldsymbol{\theta}_A}\psi \tag{3.6}$$

に対する不変性と等価である．

ここで，核力はアイソスピン 3 重項に属する $J^P = 0^-$（擬スカラー）の **$\boldsymbol{\pi}$ 中間子** (パイオン)

$$\boldsymbol{\pi} = \begin{bmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

によって媒介されるとし，ラグランジアンはフェルミオン-フェルミオン-メソンの 3 点バーテックスを含むものを考える．

3.1.1 SU(2)$_{\rm V}$（ベクトル変換）不変性

ψ と $\boldsymbol{\pi}$ の相互作用項を考えるに先立って，$\boldsymbol{\pi}$ が属する $SU(2)_V$ の 3 次元表現を具体的に構成する．

天下り的ではあるが，フェルミオンのアイソスピン空間のパウリ行列 τ^i を用いて

$$V^i \equiv \bar{\psi}\tau^i\psi \tag{3.8}$$

とすると，これは $SU(2)_V$ の 3 次元表現，すなわち随伴表現に属する．実際，SU(2) の Lie 代数 su(2) の基底として $J_i \equiv \tau^i/2$ ととると，その交換関係 $[J_i, J_j] = i\epsilon_{ijk}J_k$ から su(2) の随伴表現の行列要素が

$$D^{adj}_{ab}(J_i) = -i\epsilon_{abi} \tag{3.9}$$

となることが分かり，無限小 $SU(2)_V$ 変換に対して，

$$\begin{aligned} V^i \longmapsto V^{i\prime} &= \bar{\psi}e^{-i\boldsymbol{\tau}/2\,\cdot\,\boldsymbol{\theta}_V}\tau^i e^{i\boldsymbol{\tau}/2\,\cdot\,\boldsymbol{\theta}_V}\psi \\ &= \bar{\psi}(\tau^i - i\frac{1}{2}\theta^j_V[\tau^j, \tau^i])\psi \\ &= V^i - \epsilon_{ijk}\theta^j_V\ \bar{\psi}\tau^k\psi \\ &= V^i - i\mathrm{D}^{\rm adj}_{\rm ik}(J_j)\theta^j_V\ V^k \\ &= \exp[-i\mathrm{D}^{\rm adj}_{\rm ik}(J_j)\theta^j_V]\ V^k \end{aligned} \tag{3.10}$$

が成り立つ．これより，SU(2) の表現を用いれば V^i の変換が得られる．まとめると，$SU(2)_V$ 変換でこれらの場は

$$\begin{aligned} \psi &\longmapsto \psi' = e^{i\boldsymbol{\tau}/2\,\cdot\,\boldsymbol{\theta}}\psi \\ V^i &\longmapsto V^{i\prime} = \mathrm{D}^{\rm Adj}_{\rm ik}(e^{i\boldsymbol{\tau}/2\,\cdot\,\boldsymbol{\theta}})V^k \end{aligned} \tag{3.11}$$

と変換される．

$SU(2)_V$ 変換に対して不変な相互作用項を作るには，このようにして構成した $\mathbf{V}$ を随伴表現に属する別の 3 次元ベクトルと内積を取れば得られる．すなわち，$\boldsymbol{\pi}$ との内積 π^iV^i は $SU(2)_V$ 不変である．さらに，V^i と π^i は同じ表現に属するので，カイラル変換に対する π^i の変換性は核子とは別のディラック場 q を用いて $\bar{q}i\gamma_5\tau^iq$ と同じであることが分かる．

π 中間子は擬スカラーなので，パリティを考えれば相互作用項として

$$-g\bar{\psi}i\gamma_5\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\pi}\psi \tag{3.12}$$

を得る（**擬スカラー場との湯川相互作用**）．ここに，因子 i は全体を実の量にするためのものであり，以上のことから $SU(2)_V$ 不変なラグランジアン

$$\mathcal{L}_{SU(2)_V} = \bar{\psi}(i\partial\!\!\!/ - M)\psi + \frac{1}{2}(\partial_\mu\boldsymbol{\pi})^2 - \frac{1}{2}m_\pi\boldsymbol{\pi}^2 - g\bar{\psi}i\gamma_5\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\pi}\psi \tag{3.13}$$

が得られる．フェルミオンおよび π 中間子の質量項は，ここまでの議論では禁止されない．

3.1.2 SU(2)$_{\rm A}$（軸性ベクトル変換）不変性および π 中間子のカイラルパートナー

次に，ラグランジアン (3.13) にさらに $SU(2)_A$ 変換に対する対称性を課す．

$$SU(2)_A:\ \psi \longmapsto e^{i\gamma_5\boldsymbol{\tau}/2\,\cdot\,\boldsymbol{\theta}_A}\psi \tag{3.14}$$

に対して，

$$
\begin{aligned}
\bar{\psi} i\partial\!\!\!/ \psi &\longmapsto \psi^\dagger e^{-i\gamma_5 \boldsymbol{\tau}/2 \cdot \boldsymbol{\theta}_A} \gamma^0 i\partial\!\!\!/ e^{i\gamma_5 \boldsymbol{\tau}/2 \cdot \boldsymbol{\theta}_A} \psi = \bar{\psi} i\partial\!\!\!/ \psi \\
\bar{\psi}\psi &\longmapsto \psi^\dagger e^{-i\gamma_5 \boldsymbol{\tau}/2 \cdot \boldsymbol{\theta}_A} \gamma^0 e^{i\gamma_5 \boldsymbol{\tau}/2 \cdot \boldsymbol{\theta}_A} \psi = \bar{\psi} e^{i\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\theta}_A} \psi
\end{aligned}
\tag{3.15}
$$

と変換され，運動項は不変だが質量項は不変にならない．したがって，この要請からフェルミオンの質量項は禁止される．

また，(3.13) の湯川相互作用項 $g\bar{\psi} i\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\pi} \psi$ も $SU(2)_A$ 変換に対して不変に保たれない．実際，無限小 $SU(2)_A$ 変換で

$$
\begin{aligned}
\bar{\psi} i\gamma_5 \tau^i \psi &\longmapsto \bar{\psi} e^{i\gamma_5 \boldsymbol{\tau}/2 \cdot \boldsymbol{\theta}_A} i\gamma_5 \tau^i e^{i\gamma_5 \boldsymbol{\tau}/2 \cdot \boldsymbol{\theta}_A} \psi \\
&= \bar{\psi} \left(1 + i\gamma_5 \frac{\tau^j}{2} \theta_A^j\right) \tau^i \left(1 + i\frac{\gamma_5 \tau^j}{2} \theta_A^j\right) i\gamma_5 \psi \\
&= \bar{\psi} \left(\tau^i + i\gamma_5 \frac{\theta_A^j}{2} \{\tau^j, \tau^i\}\right) i\gamma_5 \psi \\
&= \bar{\psi} i\gamma_5 \tau^i \psi - \theta_A^j \bar{\psi}\psi
\end{aligned}
\tag{3.16}
$$

となって余分な項が出てきてしまう．π もこれと同じ変換をするので，(3.13) での π 中間子の運動項および質量項はそのままでは禁止される．

しかし，ここで π 中間子の**カイラルパートナー**として **$\boldsymbol{\sigma}$中間子** を

$$
\bar{q}q \tag{3.17}
$$

と同じ変換をするものとして導入すると，これは，無限小 $SU(2)_A$ 変換で

$$
\bar{\psi}\psi \longmapsto \bar{\psi} e^{i\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\theta}_A} \psi = \bar{\psi}\psi + \theta_A^i \bar{\psi} i\gamma_5 \tau^i \psi \tag{3.18}
$$

すなわち，

$$
\begin{aligned}
\pi^i &\longmapsto \pi^i - \theta_A^i \sigma \\
\sigma &\longmapsto \sigma + \theta_A^i \pi^i
\end{aligned}
\tag{3.19}
$$

と変換される．$SU(2)_V$ の変換および（**??**），(3.19）の変換は有限のカイラル変換にも拡張することができ，

$$
\boldsymbol{\pi}^2 + \sigma^2 \tag{3.20}
$$

は有限のカイラル変換で不変であることが確かめられる．すなわち，カイラルパートナーの導入によって，**ラグランジアンのカイラル変換を 4 次元空間内の回転と同一視できる**．この 3 次元超球面上の点はカイラル変換によって同じ超球面上の別の点に写像されるため，物理的には等価な配位である．

すぐ後で具体例に触れるが，この超球面上の配位がカイラル不変なポテンシャルに対してその真空を与えるとき，エネルギー最小となる配位はこの超球面上に無限に縮退している．一方，この超球面が有限の半径を持たないときには真空はカイラル対称性を respect している．その意味で，(3.20）の値は真空のカイラル対称性の破れを特徴づける量になっているといえる．このような量を一般に，**秩序変数（オーダーパラメーター）**と呼ぶ．

次に相互作用項であるが，$\bar{\psi}\sigma\psi$ は $(\bar{\psi}\psi)^2$ と同じカイラル変換をするから，(3.13) の相互作用項は，カイラルパートナーとの湯川相互作用項も含めて

$$
-g\bar{\psi}(\sigma + i\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\pi})\psi \tag{3.21}
$$

としてしまえば，これはカイラル対称性を respect する．

さらにここで，ポテンシャルとして

$$V(\sigma,\boldsymbol{\pi}) \equiv -\frac{\mu^2}{2}(\boldsymbol{\pi}^2+\sigma^2)+\frac{\lambda}{4}(\boldsymbol{\pi}^2+\sigma^2)^2 \tag{3.22}$$

を導入する（**メキシカンハット型ポテンシャル**）．理論の安定性より $\lambda>0$ でなければならないが，μ^2 の符号は正負どちらでもよい．スカラー場の 5 次以上の項は，理論のくりこみ可能性から禁止されるので，結局ポテンシャル部分として可能なものは（3.22）の形だけに限られる．

以上の議論より，カイラル変換に対して不変なラグランジアンとして，

$$\mathcal{L}_{\rm sigma}=\bar{\psi}i\partial\!\!\!/\psi+\frac{1}{2}(\partial_\mu\boldsymbol{\pi})^2+\frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma)^2-g\bar{\psi}(\sigma+i\gamma_5\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\pi})\psi+\frac{\mu^2}{2}(\boldsymbol{\pi}^2+\sigma^2)-\frac{\lambda}{4}(\boldsymbol{\pi}^2+\sigma^2)^2 \tag{3.23}$$

を構成できた．この模型は，**線形 $\boldsymbol{\sigma}$ 模型** と呼ばれるもののひとつである．

3.2 カイラル対称性の自発的破れによる核子の質量獲得

前節で導いた線形 σ 模型のラグランジアンに対し，その真空の構造を考えてみる．ψ，$\boldsymbol{\pi}$，σ の正準共役運動量をそれぞれ π_ψ，$\boldsymbol{\pi}_\pi$，π_σ とすると，ハミルトニアンは，

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_{\rm sigma}&=\pi_\psi\partial_0\psi+\boldsymbol{\pi}_\pi\cdot\partial_0\boldsymbol{\pi}+\pi_\sigma\partial_0\sigma-\mathcal{L}_{\rm sigma}\\&=-i\bar{\psi}\gamma^k\partial_k\psi+\frac{1}{2}\{\boldsymbol{\pi}_\pi^2+(\nabla\boldsymbol{\pi})^2\}+\frac{1}{2}\{\pi_\sigma^2+(\nabla\sigma)^2\}\\&\quad+g\bar{\psi}(\sigma+i\gamma_5\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\pi})\psi-\frac{\mu^2}{2}(\boldsymbol{\pi}^2+\sigma^2)+\frac{\lambda}{4}(\boldsymbol{\pi}^2+\sigma^2)^2\end{aligned} \tag{3.24}$$

となる．

ハミルトニアンが最小となるのは，各々の場の配位が時空に依存せず（時間微分項・空間微分項が消える），量子効果を無視すればポテンシャル部分が古典的に最小となる配位であるといえる．また，核子が存在しないときがもっともエネルギーが低くなるのでフェルミオン部分は無視する．このとき，真空を与えるのは

$$\begin{aligned}\frac{\partial V}{\partial\sigma}&=-\mu^2\sigma+\lambda\sigma(\sigma^2+\boldsymbol{\pi}^2)=\sigma(-\mu^2+\lambda(\sigma^2+\boldsymbol{\pi}^2))\\\frac{\partial V}{\partial\boldsymbol{\pi}}&=-\mu^2\boldsymbol{\pi}+\lambda\boldsymbol{\pi}(\sigma^2+\boldsymbol{\pi}^2)=\boldsymbol{\pi}(-\mu^2+\lambda(\sigma^2+\boldsymbol{\pi}^2))\end{aligned} \tag{3.25}$$

がともに 0 になり，また 2 階微分が正になるような配位である．

3.2.1 真空の相転移 —Wigner 相—

$\mu^2<0$ のとき，真空を与える配位は，場の真空期待値について

$$\langle\sigma\rangle=0,\ \langle\boldsymbol{\pi}\rangle=0 \tag{3.26}$$

を満たすものである．

ラグランジアン (3.31) を，この真空の周りで展開すると，

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\rm sigma}&=\bar{\psi}i\partial\!\!\!/\psi+\frac{1}{2}(\partial_\mu\boldsymbol{\pi})^2+\frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma)^2-g\bar{\psi}(\sigma+i\gamma_5\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\pi})\psi+\frac{\mu^2}{2}(\boldsymbol{\pi}^2+\sigma^2)-\frac{\lambda}{4}(\boldsymbol{\pi}^2+\sigma^2)^2\\&=\bar{\psi}i\partial\!\!\!/\psi+\frac{1}{2}(\partial_\mu\boldsymbol{\pi})^2+\frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma)^2-\left\{-\frac{\mu^2}{2}(\boldsymbol{\pi}^2+\sigma^2)\right\}\\&\quad-g\bar{\psi}(\sigma+i\gamma_5\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\pi})\psi+\mathcal{O}(\sigma,\boldsymbol{\pi}\text{ の 2 次以外の項})\end{aligned} \tag{3.27}$$

となり，π 中間子，σ 中間子はともに $\sqrt{-\frac{\mu^2}{2}}$ の縮退した質量を持つことが分かる．

$$m_\sigma = m_\pi = \sqrt{-\frac{\mu^2}{2}} \tag{3.28}$$

このとき，明らかに真空はカイラル対称性を respect しており，カイラル変換に対して不変である．このような真空の相を **Wigner 相**という．

注意として，この相では核子は massless である．

3.2.2 真空の相転移 —南部-Goldstone 相—

$\mu^2 > 0$ のとき，真空を与える配位は，

$$\sigma^2 + \boldsymbol{\pi}^2 = \frac{\mu^2}{\lambda} \equiv f_\pi^2 \tag{3.29}$$

である．ここで，$f_\pi \simeq 93\mathrm{MeV}$ は **$\boldsymbol{\pi}$ 中間子の崩壊定数**という物理的に重要なパラメーターである．

これをみたすような配位は無限に縮退しているが，それらは互いにカイラル変換で移り変わることができる．したがってこれらの無限に縮退した「真空」はすべて物理的には等価である．しかし，そのうち一つの配位を真空と定義すると，この球面上の配位の等価性は失われる．

ここで，物理的な要請から真空は π 中間子を含んではならない．真空のパリティは正であるが，π 中間子のパリティは負であるためである．そこで，任意に選ばれた真空に対して系をカイラル変換し，真空の配位が σ 軸上にくるようにする．このとき，場の真空期待値について

$$\langle\sigma\rangle = f_\pi, \quad \langle\boldsymbol{\pi}\rangle = 0 \tag{3.30}$$

となる．すなわち，真空では σ 中間子が凝縮している．この真空の配位は，明らかにカイラル対称性を respect していない．このように，ラグランジアンのレベルでは存在していたカイラル対称性が状態のレベルで失われることを，**カイラル対称性の自発的破れ**と呼び，この真空の相を**南部-Goldstone 相**と呼ぶ．

ラグランジアン (3.31) を，この真空の周りで展開すると，

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\mathrm{sigma}} &= \bar{\psi} i\partial\!\!\!/ \psi + \frac{1}{2}(\partial_\mu \boldsymbol{\pi})^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma)^2 - g\bar{\psi}(f_\pi + \sigma + i\gamma_5 \boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\pi})\psi \\
&\quad + \frac{\mu^2}{2}\{\boldsymbol{\pi}^2 + (f_\pi+\sigma)^2\} - \frac{\lambda}{4}\{\boldsymbol{\pi}^2 + (f_\pi+\sigma)^2\}^2 \\
&= \bar{\psi} i\partial\!\!\!/ \psi + \frac{1}{2}(\partial_\mu \boldsymbol{\pi})^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma)^2 - g f_\pi \bar{\psi}\psi - g\bar{\psi}(\sigma + i\gamma_5 \boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\pi})\psi \\
&\quad + \frac{1}{2}(\mu^2 - \lambda f_\pi^2)\boldsymbol{\pi}^2 + \frac{1}{2}(\mu^2 - 3\lambda f_\pi^2)\sigma^2 \\
&\quad + \mathcal{O}(\sigma, \boldsymbol{\pi}\ \text{の 2 次以外の項})
\end{aligned} \tag{3.31}$$

となり，核子の質量項が現れる．また，中間子の質量項も見れば，結局

$$m_\psi = g f_\pi, \quad m_\sigma = \sqrt{2}\mu, \quad m_\pi = 0 \tag{3.32}$$

を得る．このことは，**カイラル対称性の自発的破れによって核子が質量を獲得した**ことを示している．

π 中間子の質量は 138MeV で核子質量（陽子: 938MeV，中性子: 939MeV）と比較して，近似的に massless とみなすことができる．また，σ 中間子は実在が議論されている粒子ではあるが，600MeV 程度の有限の質量を持つと考えられている．したがって，**われわれの現実世界はカイラル対称性の破れた相になっている**ことが

分かる．これは，カレントクォーク質量が非常に小さいクォークからなる核子が巨大な質量を獲得している理由である．

また，一般に，大域的な連続対称性が自発的に破れると，その破れた自由度と同じ個数の massless のボソン（**南部-Goldstone ボソン**）が出現することが示されている（**南部-Goldstone の定理**）．[6] 今の模型で言えば，対称性が破れた後の真空はベクトル変換不変性だけを respect し，軸性変換不変性を破る．したがって対称性は

$$SU(2)_L \otimes SU(2)_R \longrightarrow SU(2)_V \tag{3.33}$$

と破れており，失われた自由度は

$$\dim(SU(2)_L \otimes SU(2)_R / SU(2)_V) = 3 \tag{3.34}$$

となる．ただし，$SU(2)_L \otimes SU(2)_R / SU(2)_V$ は商空間の意味であり，線形群ではないことに注意が必要である．したがって，アイソベクトルである 3 つの π 中間子が，この自発的破れによって出現する南部-Goldstone ボソンに対応し，π 中間子の質量が非常に小さい理由もここから従う．

以上で，ラグランジアンの結合定数の符号によって真空が相転移する様子を概観した．その結果，核子が質量を獲得し，π 中間子が massless となった．しかし，まだ疑問は残っている．結合定数の符号はどうやって決まっているのだろうか？ 実は，この結合定数の符号は核子間相互作用が強結合的であることと関係しており，線形 σ 模型とは別のモデルでよく確かめることができる．これに関する詳しい議論は，3.4 節で改めて行うことにする．

3.3 非相対論的極限での擬スカラー中間子交換ポテンシャル

ここまで本章では，カイラル対称性を自発的に破るトイモデルを用いて核子の質量獲得機構について論じてきた．本節では，摂動論を用いて 2 つのフェルミオンの間で擬スカラー中間子が交換される過程を考え，核子間の核力ポテンシャルを考えよう．

ここでは，前節までで構成したラグランジアンのうち，とくにフェルミオンと擬スカラーの湯川相互作用項

$$-g\bar{\psi} i\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\pi} \psi \tag{3.35}$$

に着目する．

実際には，擬スカラー粒子である π 中間子との相互作用（**擬スカラー結合**）のほかに，スカラー粒子である σ 中間子との相互作用（**スカラー結合**）やベクトル粒子である ω 中間子や ρ 中間子の相互作用（**ベクトル結合**）も存在する．これらの効果は，特に中距離から近距離において，LS 結合やポテンシャルの斥力芯を形作る上で非常に重要な役割を果たしている．[4, 5] しかしながら，比較的遠距離の領域で核力をもっとも特徴づけているのは π 中間子の交換によるポテンシャル（**one-pion-exchange potential, OPEP**）であるから，それ以外の中間子交換については今回は触れない．続きは，ぜひ後期の課題演習 A6 のみなさんにお任せしたい．

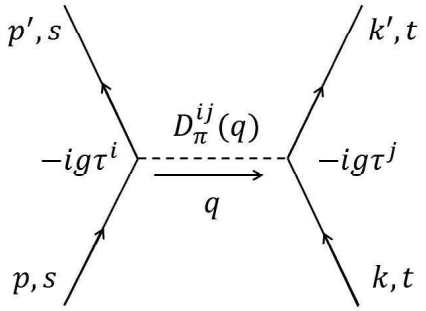

図 1　π 中間子交換による異種核子散乱の tree level ダイアグラム

3.3.1　π 中間子による tree level の相互作用過程

非相対論で扱いやすいようにガンマ行列の Dirac 表示をとる．このとき，非相対論的極限で Dicac 方程式の正エネルギー解は

$$u(p,s)e^{-ip\cdot x} = \sqrt{\frac{M+E_{\mathbf{p}}}{2M}} \begin{bmatrix} 1 \\ \dfrac{\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}}{M+E_{\mathbf{p}}} \end{bmatrix} \chi^s e^{-ip\cdot x} \to \begin{bmatrix} 1 \\ \dfrac{\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}}{2M} \end{bmatrix} \chi^s e^{-ip\cdot x} \tag{3.36}$$

で与えられる．ここに，$s = 1, 2$ はスピンの添え字で

$$\chi^1 \equiv \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \chi^2 \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{3.37}$$

とした．$M = gf_\pi$ は核子質量である．

ここで，異種核子による

$$u(p,s) + u(k,t) \to u(p',s) + u(k',t) \tag{3.38}$$

の過程を考える．今考えているバーテックスは 3 つの場を含み，S 行列の $\mathcal{O}(g)$ の項では Wick 縮約しきることができないため，図に示した $\mathcal{O}(g^2)$ のダイアグラムが摂動の最低次の寄与を与える（同種核子の散乱では，Fermi 統計性から，終状態で核子が入れ替わるようなダイアグラムも逆の符号で寄与する）．図の D_π^{ij} は π 中間子のプロパゲーターである．

また，非相対論的極限ではフェルミオンのスピンは変化しない（以下の散乱振幅の計算からも分かる）．QED での Feynman rule を思い出すと，同様にこの過程の不変振幅も

$$i\mathcal{M} = (-ig)^2 \bar{u}(p',s)\gamma_5\tau^i u(p,s) \frac{i\delta_{ij}}{q^2 - m_\pi^2} \bar{u}(p',t)\gamma_5\tau^j u(p,t) \tag{3.39}$$

と書き下すことができる．$q \equiv p - p'$ は四元運動量移行である．ここで，

$$
\begin{aligned}
\bar{u}(p',s)\gamma_5\tau^i u(p,s) &= \chi^{s\dagger}\begin{bmatrix} 1 & \dfrac{\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}'}{2M}\end{bmatrix}\gamma^0\gamma_5\tau^i\begin{bmatrix} 1 \\ \dfrac{\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}}{2M}\end{bmatrix}\chi^s \\
&= \chi^{s\dagger}\begin{bmatrix} -\dfrac{\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}'}{2M} & 1\end{bmatrix}\tau^i\begin{bmatrix} 1 \\ \dfrac{\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}}{2M}\end{bmatrix}\chi^s \\
&= \frac{\boldsymbol{\sigma}\cdot(\mathbf{p}-\mathbf{p}')}{2M}\chi^{s\dagger}\tau^i\chi^s \\
&= \frac{\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{q}}{2M}\tau^i
\end{aligned}
\tag{3.40}
$$

であって，同様に，

$$
\bar{u}(k',t)\gamma_5\tau^j u(k,t) = -\frac{\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{q}}{2M}\tau^j \tag{3.41}
$$

である．したがって，1 つ目と 2 つ目の核子のスピン空間のパウリ行列をそれぞれ σ_1^i，σ_2^i とし，アイソスピン空間のパウリ行列をそれぞれ τ_1^i，τ_2^i とすると，

$$
\begin{aligned}
i\mathcal{M} &= (-ig)^2\frac{\boldsymbol{\sigma_1}\cdot\mathbf{q}}{2M}\,\tau^i\frac{i\delta_{ij}}{q^2-m^2}\frac{-\boldsymbol{\sigma_2}\cdot\mathbf{q}}{2M}\,\tau^j \\
&\simeq -i\left(\frac{g}{2M}\right)^2\frac{(\boldsymbol{\sigma_1}\cdot\mathbf{q})(\boldsymbol{\sigma_2}\cdot\mathbf{q})}{\boldsymbol{q}^2+m^2}\boldsymbol{\tau_1}\cdot\boldsymbol{\tau_2}
\end{aligned}
\tag{3.42}
$$

とできる．簡単のため，ここで m_π を単に m とした．

3.3.2 OPEP（one-pion-exchange potential）の導出とその性質

ここで，量子力学での Born 近似のもとで，運動量空間でのポテンシャルを用いて書いた T 行列要素

$$
\langle \boldsymbol{p'}|iT|\boldsymbol{p}\rangle = -2\pi i\tilde{V}(\boldsymbol{q})\delta(E_{\boldsymbol{p'}} - E_{\boldsymbol{p}}) \tag{3.43}
$$

と相対論的不変振幅

$$
\langle \boldsymbol{p'}|iT|\boldsymbol{p}\rangle = 2\pi\delta(E_{\boldsymbol{p'}} - E_{\boldsymbol{p}})\cdot i\mathcal{M} \tag{3.44}
$$

とを比較して，結局，

$$
\begin{aligned}
\tilde{V}_{\mathrm{OPEP}}(\boldsymbol{q}) = -\mathcal{M} &= \left(\frac{g}{2M}\right)^2\frac{(\boldsymbol{\sigma_1}\cdot\mathbf{q})(\boldsymbol{\sigma_2}\cdot\mathbf{q})}{\mathbf{q}^2+m^2}\boldsymbol{\tau_1}\cdot\boldsymbol{\tau_2} \\
&= \left(\frac{g}{2M}\right)^2\sigma_1^i\sigma_2^j\left(-\frac{1}{3}\frac{m^2}{\mathbf{q}^2+m^2}\delta^{ij} + \frac{1}{3}\frac{3q^iq^j-\mathbf{q}^2\delta^{ij}}{\mathbf{q}^2+m^2} + \frac{1}{3}\delta^{ij}\right)\boldsymbol{\tau_1}\cdot\boldsymbol{\tau_2} \\
&\equiv \left(\frac{g}{2M}\right)^2\left\{-\frac{1}{3}\frac{m^2}{\mathbf{q}^2+m^2}\boldsymbol{\sigma_1}\cdot\boldsymbol{\sigma_2} + \frac{1}{3}\frac{\mathbf{q}^2}{\mathbf{q}^2+m^2}S_{12}(\hat{\mathbf{q}}) + \frac{1}{3}\boldsymbol{\sigma_1}\cdot\boldsymbol{\sigma_2}\right\}\boldsymbol{\tau_1}\cdot\boldsymbol{\tau_2}
\end{aligned}
\tag{3.45}
$$

を得る．ただし，ここに，

$$
S_{12}(\hat{\mathbf{q}}) \equiv 3(\hat{\mathbf{q}}\cdot\boldsymbol{\sigma_1})(\hat{\mathbf{q}}\cdot\boldsymbol{\sigma_2}) - \boldsymbol{\sigma_1}\cdot\boldsymbol{\sigma_2} \tag{3.46}
$$

とし，これを**テンソル演算子**と呼ぶ．ここに，$\hat{\mathbf{q}}$ は $\mathbf{q}$ 方向の単位ベクトルである．

したがって，求めるポテンシャルは，これをフーリエ変換して，

$$
\begin{aligned}
V_{\mathrm{OPEP}}(\mathbf{r}) &= \int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \tilde{V}_{\mathrm{OPEP}}(\mathbf{q})\ e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \\
&= \left(\frac{g}{2M}\right)^2 \int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \left\{ -\frac{1}{3}\frac{m^2}{\mathbf{q}^2+m^2}\boldsymbol{\sigma_1}\cdot\boldsymbol{\sigma_2} + \frac{1}{3}\frac{\mathbf{q}^2}{\mathbf{q}^2+m^2} S_{12}(\hat{\mathbf{q}}) + \frac{1}{3}\boldsymbol{\sigma_1}\cdot\boldsymbol{\sigma_2} \right\} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \boldsymbol{\tau_1}\cdot\boldsymbol{\tau_2} \\
&= \left(\frac{g}{2M}\right)^2 \boldsymbol{\tau_1}\cdot\boldsymbol{\tau_2} \left\{ -\frac{1}{3}m^2\boldsymbol{\sigma_1}\cdot\boldsymbol{\sigma_2} - \frac{1}{3}\frac{3(\boldsymbol{\sigma_1}\cdot\nabla)(\boldsymbol{\sigma_2}\cdot\nabla) - \boldsymbol{\sigma_1}\cdot\boldsymbol{\sigma_2}\nabla^2}{\mathbf{q}^2+m^2} \right\} \int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \frac{1}{\mathbf{q}^2+m^2} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \\
&\quad + \left(\frac{g}{2M}\right)^2 \frac{1}{3}(\boldsymbol{\sigma_1}\cdot\boldsymbol{\sigma_2})(\boldsymbol{\tau_1}\cdot\boldsymbol{\tau_2}) \int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}
\end{aligned}
\tag{3.47}
$$

であり，ここで

$$
\begin{aligned}
\int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \frac{1}{\mathbf{q}^2+m^2} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} &= \frac{1}{4\pi}\frac{e^{-mr}}{r} \\
\int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} &= \delta^3(\mathbf{r})
\end{aligned}
\tag{3.48}
$$

を用いて微分を実行すると，結局，1π 中間子交換による核力ポテンシャルの表式

$$
V_{\mathrm{OPEP}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{3}\left(\frac{g}{2M}\right)^2 \frac{1}{4\pi} \left\{ \left(m^2\frac{e^{-mr}}{r} - 4\pi\delta^3(\mathbf{r}) \right) \boldsymbol{\sigma_1}\cdot\boldsymbol{\sigma_2} + \left(m^2 + \frac{3m}{r} + \frac{3}{r^2} \right) \frac{e^{-mr}}{r} S_{12}(\hat{\mathbf{r}}) \right\} \boldsymbol{\tau_1}\cdot\boldsymbol{\tau_2}
\tag{3.49}
$$

が得られる．以下，この表式の表すポテンシャルの性質を概観する．

第 1 項

$$
V_{\mathrm{SS}}(\mathbf{r}) \equiv \frac{1}{3}\left(\frac{g}{2M}\right)^2 \frac{1}{4\pi} \left(m^2\frac{e^{-mr}}{r} - 4\pi\delta^3(\mathbf{r}) \right) (\boldsymbol{\sigma_1}\cdot\boldsymbol{\sigma_2})(\boldsymbol{\tau_1}\cdot\boldsymbol{\tau_2})
\tag{3.50}
$$

は**スピン-スピン相互作用**のポテンシャルである．このポテンシャルによる相互作用は中心力であり，核力が核子のスピンとアイソスピンに依存するという特徴をよく示している．

$V_{\mathrm{SS}}(\mathbf{r})$ に含まれるデルタ関数は非物理的であるが，これは他の中間子交換によるポテンシャルと相殺することが知られている．したがって，結局，物理的に効いてくる項は

$$
V_{\mathrm{Yukawa}}(\mathbf{r}) \equiv \frac{1}{3}\frac{m^2}{4\pi}\left(\frac{g}{2M}\right)^2 \frac{e^{-mr}}{r} (\boldsymbol{\sigma_1}\cdot\boldsymbol{\sigma_2})(\boldsymbol{\tau_1}\cdot\boldsymbol{\tau_2})
\tag{3.51}
$$

であり，予想された通り**湯川ポテンシャル**を与えている．湯川ポテンシャルは到達距離が m^{-1} 程度の短距離力である．第 2 章で詳解した重陽子の場合，アイソスピン 1 重項であるから

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{\tau_1}\cdot\boldsymbol{\tau_2} &= \frac{1}{2}\left\{ (\boldsymbol{\tau_1}+\boldsymbol{\tau_2})^2 - {\boldsymbol{\tau_1}}^2 - {\boldsymbol{\tau_2}}^2 \right\} \\
&= \frac{1}{2}(-1\cdot 3 - 1\cdot 3) = -3
\end{aligned}
\tag{3.52}
$$

また，同様に計算して

$$
\boldsymbol{\sigma_1}\cdot\boldsymbol{\sigma_2} = \begin{cases} 1 & \text{（スピン 3 重項のとき）} \\ -3 & \text{（スピン 1 重項のとき）} \end{cases}
\tag{3.53}
$$

である．したがって，アイソスピン 1 重項の 2 核子系に対しこのポテンシャルは

$$V_{\mathrm{Yukawa}}(\mathbf{r}) = \begin{cases} -\dfrac{m^2}{4\pi}\left(\dfrac{g}{2M}\right)^2 \dfrac{e^{-mr}}{r} & \text{（スピン 3 重項のとき）} \\ 3\,\dfrac{m^2}{4\pi}\left(\dfrac{g}{2M}\right)^2 \dfrac{e^{-mr}}{r} & \text{（スピン 1 重項のとき）} \end{cases} \tag{3.54}$$

となって，第 2 章で述べた「核力はスピン 3 重項では引力となり，1 重項では斥力となる」という性質をよく反映している．この帰結として，アイソスピン 1 重項かつスピン 1 重項の束縛状態は存在しないことが明らかに分かる．

第 2 章では，磁気モーメントの測定による現象論によって重陽子のスピンが 3 重項であることを理解したが，ここで中間子交換ポテンシャルの性質から，**重陽子のスピンは必ず 3 重項でなければならない**ことが理論的に導けた．

つづいて第 2 項

$$V_{\mathrm{tensor}}(\mathbf{r}) \equiv \frac{1}{3}\left(\frac{g}{2M}\right)^2 \frac{1}{4\pi}\left(m^2 + \frac{3m}{r} + \frac{3}{r^2}\right)\frac{e^{-mr}}{r} S_{12}(\hat{\mathbf{r}})(\boldsymbol{\tau_1}\cdot\boldsymbol{\tau_2}) \tag{3.55}$$

はテンソル演算子 $S_{12}(\hat{\mathbf{r}})$ に比例するポテンシャルであり，スピンの向きに依存する**テンソル力**を表す．この項は，非中心力およびチャンネル依存性という核力の特徴をよく表している．

第 1 項と第 2 項を合わせると，結局第 2 章で示した重陽子のポテンシャルは，

$$V_{\mathrm{deuteron}}(\mathbf{r}) = -\left(\frac{g}{2M}\right)^2 \frac{1}{4\pi}\left\{m^2\frac{e^{-mr}}{r} + \left(m^2 + \frac{3m}{r} + \frac{3}{r^2}\right)\frac{e^{-mr}}{r} S_{12}(\hat{\mathbf{r}})\right\} \tag{3.56}$$

であることが導かれる．

以上の議論によれば，**(i) 荷電不変性・荷電対称性，(ii) 短距離性，(iii) テンソル力の存在，(iv) スピン依存性といった核力の性質が，ことごとく理論的に説明される．**また，重陽子のポテンシャルについても，明確な形でその形状を述べることができる．一方で，ここまでの議論では，π 中間子より重い他のの中間子場の寄与を考えていない．この議論は核子間距離が遠いときには良い近似であるが，中距離から近距離（$\simeq$ 2fm 以下程度）の核力のふるまいはよく説明できない．[4] 実際，核力ポテンシャルの中心付近の領域では，核子の複合系としてのふるまいが見えてくるためである．たとえば，核力ポテンシャルの斥力芯はクォークのフェルミ統計性，1 グルーオン交換といった QCD から計算される効果が必要となる．[9]

3.4　2 フレーバー南部–Jona-Lasinio 模型とカイラル凝縮

本節では，カイラル対称性が自発的に破れ，フェルミオンが質量を獲得する機構について，フェルミオン間相互作用の観点から考察する．

3.2 節で触れたように，真空が対称性を respect するかどうかはポテンシャルの係数の符号によって決まるが，本節では，このことが核子間引力が強束縛性によって起こることを見る．このように相互作用によって対称性が破れる機構は，対称性の**力学的破れ**と呼ばれ，さまざまなスケールの対称性の議論で重要である．

それでは，ラグランジアンを構成しよう．扱うフェルミオンは 2 重項

$$\psi = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix} \tag{3.57}$$

に組んだものを考える．ただしここでは，QCD の有効理論としての性格をより直接的に見るために，アイソスピン 2 重項ではなく軽いクォークのフレーバー 2 重項（u, d）とする．アップクォーク，ダウンクォークのカレント質量はそれぞれ 4MeV，8MeV 程度であるので，QCD の特徴的なエネルギースケールと比較して十分小さく，良い近似で massless とみなすことができる．もちろん，ゲージ場との結合やゲージ場の運動項は考えないので，必要に応じて核子と読み替えてもらっても問題はない．また，カラーの自由度は考えない．

相互作用の枠組みを見るために，ラグランジアンは必要な部分だけを含むようにする．カイラル群として $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$ をとると，前節までの議論により，

$$(\bar{\psi}\psi)^2 + (\bar{\psi}i\gamma_5\tau^a\psi)^2 \tag{3.58}$$

はカイラル不変である．第 1 項は線形 σ 模型でいう σ 中間子，第 2 項は π 中間子に対応するものである．

したがって，これをフェルミオンの自己相互作用としてラグランジアンを

$$\mathcal{L}_{\mathrm{NJL}} = \bar{\psi}i\partial\!\!\!/\psi + g\left\{(\bar{\psi}\psi)^2 + (\bar{\psi}i\gamma_5\tau^a\psi)^2\right\} \tag{3.59}$$

とすることができる．g は結合定数で，相互作用が引力的であるべきことから $G > 0$ とする．この模型は**（2 フレーバーの）南部–Jona-Lasinio** 模型と呼ばれる．

3.4.1 平均場近似とフェルミオンのギャップ方程式

線形 σ 模型では，σ 中間子が有限の真空期待値を持っていたためにフェルミオンの質量項を与えた．これと同様に，もしも真空でフェルミオンの凝縮が起こっていたとすると，$\bar{\psi}\psi$ は真空期待値を持ち，フェルミオンの質量項を与える．つまり，ラグランジアンの相互作用項を平均場近似によって

$$G(\bar{\psi}\psi)^2 \longrightarrow G\,\langle\bar{\psi}\psi\rangle\bar{\psi}\psi \tag{3.60}$$

とおきかえると，質量

$$m \equiv -G\,\langle\bar{\psi}\psi\rangle \tag{3.61}$$

を獲得することになる．また，線形 σ 模型のときと同様に，真空のパリティの要請を考えれば，$\bar{\psi}i\gamma_5\tau^a\psi$ が真空期待値を持つことはない．

ここで，この平均場近似が自己無撞着であるべき要請から，（3.61）を満たす非自明な m が存在する条件を考える．自由なディラック場を生成消滅演算子で展開すると

$$\psi|0\rangle = \int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3\sqrt{2E_{\mathbf{p}}}}\sum_s b_s^\dagger(\mathbf{p})v_s(\mathbf{p})e^{ip\cdot x}|0\rangle \tag{3.62}$$

である．すなわち，真空期待値に寄与するのは反粒子の生成演算子の項であり，反粒子の仮想的な生成過程が対称性の破れに寄与すると考えることができる．ディラック場の生成消滅演算子の反交換関係などを用いると，結局，

$$\begin{aligned}\langle 0|\bar{\psi}\psi|0\rangle &= \int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3\sqrt{2E_{\mathbf{k}}}}\sum_t \int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3\sqrt{2E_{\mathbf{p}}}}\sum_s \langle 0|b_t(\mathbf{k})\bar{v}_t(\mathbf{k})e^{-ik\cdot x}b_s^\dagger(\mathbf{p})v_s(\mathbf{p})e^{ip\cdot x}|0\rangle \\ &= -m\cdot\int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3 2E_{\mathbf{p}}} \\ &= -2\int_0^\Lambda \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3}\frac{m}{\sqrt{\mathbf{p}^2+m^2}}\end{aligned} \tag{3.63}$$

とできる．ここで，真空期待値の発散を除去するために，運動量積分にカットオフ Λ を入れた（**Pauli-Villar 正則化**）．この右辺に含まれる積分測度の $\dfrac{\mathrm{d}^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3}$ は位相空間の微小体積であり，因子 2 はスピンの自由度に対応していると解釈することができる．したがって，運動量積分を正則化するパラメーター Λ を大きくとると，より多くのクォークがこの過程に寄与する．

したがって，理論の自己無撞着性から

$$-\frac{m}{G} = -2\int_0^\Lambda \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3}\frac{m}{\sqrt{\mathbf{p}^2+m^2}} \tag{3.64}$$

が要請される．フェルミオンが真空で凝縮して質量を獲得しているためには，少なくともこの方程式の解でなければならない．このような方程式を一般に，**ギャップ方程式**と呼ぶ．

超伝導の文脈では，南部–Jona-Lasinio 模型は BCS 理論と同じ構造をしている．その意味で，このカイラル凝縮の現象は，Cooper 対がボソンとしてふるまって凝縮し電子数の保存則が自発的に破れてエネルギースペクトラムにギャップを生じることに対応している．

3.4.2 カイラル凝縮

まず，この方程式の解として，自明な $m=0$ があるが，ある条件の下では非自明な解を持ちうる．$m \neq 0$ のとき，

$$1 = 2G\int_0^\Lambda \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3}\frac{1}{\sqrt{\mathbf{p}^2+m^2}} \tag{3.65}$$

であって，この右辺を計算すると，

$$1 = \frac{G}{2\pi^2}\left(\Lambda\sqrt{\Lambda^2+m^2} - m^2\ln\frac{\Lambda+\sqrt{\Lambda^2+m^2}}{m}\right) \tag{3.66}$$

となる．この右辺 $\left(=-\frac{g}{m}\right)$ を m の関数としてグラフに図示したものを示す．

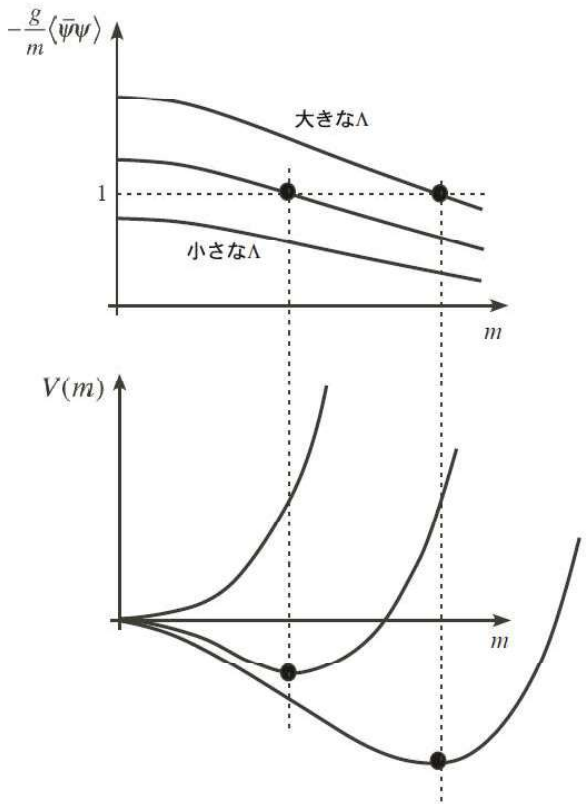

図 2　ギャップ方程式とポテンシャル（文献 [4] より引用）

グラフから分かるように，結合定数 g が大きいとき（結合が強いとき），あるいはカットオフの正則化パラメーター Λ が大きいとき（より多くのクォークがこの過程に関与するとき），対称性が自発的に破れることが分かる．このように，**結合がある値より強くなるとクォーク-反クォーク対が凝縮してカイラル対称性が破れ，フェルミオンが質量を獲得する．**これをフェルミオンの**カイラル凝縮**と呼ぶ．このときにクォークが獲得した質量は Gell-mann のクォークモデルに登場する 300MeV 程度のクォーク質量であり，**構成子クォーク質量**と呼ばれる．

このカイラル凝縮の過程では，クォーク-反クォーク対の真空期待値 $\langle\bar{\psi}\psi\rangle$ が対称性の自発的破れの程度を示す秩序変数の役割を果たしている．実際，

$$\bar{\psi}\psi = \psi_L^\dagger\psi_R + \psi_R^\dagger\psi_L \tag{3.67}$$

が真空期待値を持つとき，互いのカイラル成分が混ざりあっていることが分かり，これは $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$ のカイラル対称性の破れを意味する．

参考文献

[1] P. W. Anderson.(1972). More is different: Broken symmetry and the nature of the hierarchical structure of science. Science. 177.

[2] 八木浩輔 (1980). 朝倉現代物理学講座 10『原子核と放射』, 朝倉書店.

[3] 萩野浩一 (2022). 物理学アドバンストシリーズ『量子力学』, 日本評論社.

[4] 保坂淳 (2002). Chiral Symmetry in Hadron Physics Methods and ideas of chial symmetry. 原子核三者若手夏の学校・講義資料.

[5] 土岐博，保坂淳 (2011). 相対論的多体系としての原子核　相対論的平均場理論とカイラル対称性. 大阪大学出版会.

[6] Peskin. Schroeder.(1995). An introduction to Quantum Field Theory. Westview Press.

[7] 野上茂吉郎 (1973). 原子核. 裳華房.

[8] 滝川昇 (2013). 現代物理学 [基礎シリーズ]8『原子核物理学』. 朝倉書店.

[9] 青木慎也 (2005). シュプリンガー現代理論物理学シリーズ『格子上の場の理論』. シュプリンガーフェアラーク東京株式会社.

[10] T. Frederico, V.S. Timoteo and Lauro Tomio.(1999). Renormalization of the one-pion-exchange interaction. Nucl. Phys. A, 653, 209-221.

[11] T-Y. Saito.(1993). One-pion-exchange potential with self-energy. Phys. Rev. C, 47, 69.